delle loro parti sono, entro certi limiti, indipendenti fra loro, e io studio di questi spostamenti relativi non ha più niente di comune con quello degli spostamenti assoluti di una superficie rigida, quale si era sempre supposta nelle ricerche anteriori.

Queste stesse ricerche aveano però già offerto un caso, particolarissimo invero, relativo alla teoria delle superficie flessibili e inestendibili : voglio dire quello delle superficie *sviluppabili* od applicabili esattamente sopra di un piano, le quali è notissimo di quanto uso sieno in molteplici quistioni cosi della matematica pura, come dell'applicata. Ed è anzi strano che prima di GAUSS nessuno, che io sappia, avesse pensato a generalizzare il concetto nuovo che queste superficie, riguardate come flessibili, intro-ducevano spontaneamente nella geometria. Checché ne sia è certo che, fatta astrazione dal caso semplicissimo che or ora ho menzionato, la teoria delle superficie flessibili presenta gravissime difficoltà, le quali debbono invitare i geometri a farne oggetto di diligente studio. L'importanza e la bellezza del teorema fondamentale col quale GAUSS ha inaugurato questo nuovo ramo di analisi, non lascia dubbio alcuno che altri teoremi di eguale o maggiore fecondità non sieno per essere il premio di chi saprà penetrare più addentro in questa spinosa quistione.

La difficoltà della quale, per quanto mi sembra, procede principalmente da ciò, che non possedendo noi una chiara idea del modo in cui, nel caso generale, può effettuarsi la flessione di una superficie curva, anco in un tratto di poca estensione, siamo obbligati ad affidarci intieramente alla nuda analisi, partendo dalle forinole che caratterizzano la inestendibilità ; e non possiamo quasi mai giovarci di quelle considerazioni ausiliari, dirette od indirette, che, nella maggior parte degli ordinarii problemi di geometria analitica, conducono così prontamente ed elegantemente allo scopo finale.

La verità di questa osservazione mi sembra confermata dagli sviluppi in cui sto per entrare, e nei quali prendo a considerare più particolarmente le superficie generabili dal moto di una linea retta. In queste superficie, considerate come flessibili ed ine-stendibili, la difficoltà della quistione viene in gran parte rimossa dal fatto che, se si fa astrazione da quelle flessioni per effetto delle quali le generataci primitive cessano d'essere rettilinee, ci o possibile avere un'idea assai chiara e facile del modo in cui la flessione può prodursi. Infatti ogni superficie di questa classe si può decomporre mentalmente in un numero infinito di zone infinitamente sottili, ciascuna compresa fra due generataci contigue, e si può immaginare che la flessione della superficie avvenga mediante una rotazione infinitesima eseguita da ciascuna di queste zone intorno alla ge-neratrice che essa ha in comune colla zona precedente. In tal guisa si rende palese che la nuova superficie proveniente da una determinata flessione è definita completamente dagli elementi che caratterizzano la superficie primitiva e dalla serie di valori delle successive rotazioni infinitesime

accennate poc'anzi; anzi fino dal 1838 il valente geometra sig. MINDING aveva espresso per quadrature i valori delle tre coordinate della